

一种复杂系统效能分析的新理论： 单调效能空间理论

胡剑文 张维明 刘忠

国防科技大学管理学院 C³I 研究中心, 长沙 410073

摘要 根据复杂系统的本质特点, 借鉴 SEA 方法中的多维整体分析策略, 提出了单调效能空间理论, 以进行复杂系统的效能评价, 效能的优化分配与设计, 以及效能指标的特性分析.

关键词 单调效能空间理论 效能需求轨迹 效能分析 模糊效能分析

1 复杂系统观对系统效能分析的启示

1.1 复杂系统的整体性要求在效能分析时, 不应 用各部分简单的组合以替代整体

系统的总体效能值不能够用各个指标的简单组合(如线性加权等). 对于复杂系统来说各个指标存在紧密的相关性, 彼此间不可能独立, 是不能用加性或拟加性函数为表示整体效用的. 本文针对复杂系统的整体性原理, 借鉴了 SEA^[1]方法中的多维整体分析策略, 把效能指标整体需求区域与实际系统表现区域作比较, 综合整体分析各个效能指标.

1.2 复杂系统的非线性预示着不能用线性模型来 对系统的行为进行建模

建模是分析的基础. 然而, 复杂系统是难以用线性模型、基于线性关系的模型甚至是解析模型来建模的. 因此, 我们应用比较符合实际的非线性模型与数值模型来对复杂系统进行建模. 本文针对复杂系统非线性的特点, 提出了一个基于非线性微分方程(组)与数值模型的效能需求轨迹生成算法.

1.3 复杂系统的开放性要求系统效能分析时应考 虑到具体的环境因素

由于复杂系统效能只能在具体环境下体现, 因此本文采取了综合考虑各种典型外部环境来求整体

效能的方法

1.4 复杂系统的不确定性意味着系统特性是不确 定的(随机与模糊的)

产生不确定的原因是由于系统设备运行的随机漂移而产生的系统运行状态多值性与随机性分布, 以及难以准确测量所造成的可能性分布; 另外, 系统运行状态与系统所处的环境密切相关, 而系统的环境又是多变的, 这些都是造成系统不确定的重要原因. 本文针对这种不确定性运用密度(概率, 可能度)函数描述系统的效能指标的分布. 另外, 针对需求的模糊性, 运用模糊理论(如模糊测度与模糊积分方法)来进行效能分析.

2 单调效能空间的基本公设与概念

2.1 基于需求的系统效能分析准则与需求效用公 设

进行系统效能分析时, 必须明确需求, 以需求为对照. 本文把需求作为系统效能评价的分界线, 假设达到需求的系统效用为 1, 达不到的为 0(这好比 60 分的及格线, 达到则通过)这是本文的公设 1.

2.2 效能需求单调性公设

用户需求指标与系统效能指标之间一般是单调关系. 用户总是希望某项效能指标越大越好, 或者

2002-12-02 收稿, 2003-01-29 收修改稿

E-mail: hjwc3i@sina.com

越小越好, 或者越接近(越偏离)某个值(区域)越好, 它们都蕴含着“越……越……”的性质, 即单调性. 例如对一防空系统的毁敌概率的用户需求, 效能指标决策时延相对其是单调减的, 可靠性指标相对其单调增的. 本文把效能指标需求的单调性作为第二个公设. 需要注意的是, 用户的需求可能有好几项, 单调特性是针对某一项需求的.

2.3 单调效能空间与效能需求轨迹形式定义

定义 2.1 单调效能空间 P . 设 R^n 为 n 维 Archimedes 空间, 设 $P \subset R^n$, 并存在 f , f 是定义在 P 上的 n 元单调函数的集合. 当 P 中的各维表示效能指标时, 则称 P 为单调效能空间.

单调效能空间也就是由 n 个效能指标有效区域所合成的 n 维欧氏空间的子集. 例如: 对一防空导弹系统, 我们取系统目标指示迟延 p_1 , 雷达跟踪能力指数 p_2 , 脱靶概率 p_3 等几个关键效能指标, 单调效能空间 P 就是这 3 个指标的 Descartes 积: $P = p_1 \times p_2 \times p_3$. 在假设其他相关指标都已确定的情况下, 可以建立三元函数集合 $u = f(p_1, p_2, p_3)$, 其表示 3 个效能指标到毁敌概率的映射关系. 由于敌情和环境的多样性(例如: 来袭目标具有不同的类型), $f(p_1, p_2, p_3)$ 可以分解成多个映射 $f_i(p_1, p_2, p_3)$, 比如用 $f_1(p_1, p_2, p_3)$ 表示来袭目标是隐身飞机时, 3 个效能指标到毁敌概率的映射关系; $f_2(p_1, p_2, p_3)$ 为巡航导弹时等等. 很显然 f 具有单调性. 相对于毁敌概率这一需求指标, 目标指示迟延 p_1 是单调减的, 雷达跟踪能力指数 p_2 是单调增的, 脱靶概率 p_3 是单调减的.

定义 2.2 效能需求轨迹 Pl_i . 设 $Pl_i \subseteq P$, $f_i \in f$, 给定一常数 k_i , $\forall x \in Pl_i, f_i(x) \leq$ 或 $\geq k_i$ (“ \leq 或 \geq ”和 k_i 根据实际需求确定), 则 Pl_i 称为效能需求轨迹.

效能需求轨迹 Pl_i 是满足用户某项需求的有效子集. 如上例中, 用户要求击毁敌隐身飞机概率大于等于 0.6, 则在 P 中所有满足 $f_1(d, r, p) \geq 0.6$ 点的集合为 Pl_1 .

定义 2.3 总的效能需求轨迹 Pl , $Pl = \bigcap_i Pl_i$. Pl 是由 f 中所有函数确定的 Pl_i 的交集. Pl 即为 P 中能同时满足用户各项需求的子集.

定义 2.4 效能需求轨迹超面 M_i . 把定义 2.2

中“ \leq 或 \geq ”改成“ $=$ ”时所确定的有效点集称为效能需求轨迹超面. 同理定义 M 为总的效能需求轨迹超面. M_i 即为 P 中能刚刚满足用户某项需求的临界面, 一般它是连续的.

3 效能需求轨迹的生成

效能需求轨迹是单调效能空理论中最重要的概念之一, 也是效能分析的基石. 所以, 进行系统效能分析的前提与关键就是求出效能需求轨迹. 根据定义 2.2, 求出效能需求轨迹的关键也就是确定映射 f_i . 目前, 这种映射可分成以下 4 种类型: (1) 显式普通函数(包括可以得出解析式的微分方程或方程组); (2) 无法求出解析解的微分方程(组); (3) 数据表格; (4) 试验仿真.

第一种形式是最理想的形式. 可直接得出系统的效能需求轨迹解析形式. 例如: 文献[1]在进行某防空 C³I 系统进行有效性分析时, 使用了一个齐次火力的 Lanchester 作战模型来实现这种映射. 但是, 用一个普通的线性 Lanchester 作战模型来描述战争是一种简化论的观点, 其有效性极低^[2]. 目前, 能够综合指挥过程与战斗过程的集成 Lanchester 模型, 即使具有严重缺陷的都不存在^[3]. 这类模型不适合于对抗条件下的系统描述, 只是在简单的非对抗条件下具有一定的适用性. 后 3 种形式适于描述复杂系统, 但其无法得到相应的解析式, 无法直接导出效能需求轨迹. 另外, 即使能够用第一种形式描述, 也常常由于积计算, 集合运算等要求, 也需要利用数值方法把效能需求轨迹逼近分割成互不相交规则区域的集合. 因此, 必须研究基于数值逼近的系统效能需求轨迹的生成方法. 我们提出了一种效能需求轨迹的并行数值生成算法. 它根据公设 2, 采取了超盒(各维区间的 Descartes 积, 二维超盒是长方形, 三维是长方体)数值递归逼近的方法, 快速逼近所求的系统效能需求轨迹^[4], 并通过模拟令牌环机制高效地实现了并行处理^[5], 研究了算法的逼近误差与计算效率的综合分析与优化¹⁾, 并提出了算法过程优化控制的理论模型^[6]. 该算法极大地缩减了搜索空间, 并克服依赖解析函数关系求效能需求轨迹的缺陷, 使得复杂系统的效能需求轨迹的生成成为可能.

1) 胡剑文. C³I 系统效能分析中的单调效能空间理论及其应用研究. 国防科技大学博士论文, 长沙, 2003

4 多效能需求轨迹的交运算算法

实际问题中, 我们还要求多个效能轨迹的交集, 其实际意义也是显然的. 例如, 某一防空系统可能遇到多样的作战环境, 其使命需求也可能是多样的, 对系统的最终需求将是所有需求的交集. 一般情况下, 我们不可能穷举出各种情况下使命需求, 只能列举其中较为典型的几种情况, 求出它们各自的效能需求轨迹, 然后作交运算得出最终的效能需求轨迹. 以下介绍3种不同的具有各自适用范围的求交算法.

4.1 超盒求交法

由前文可知, 效能需求轨迹是由超盒合成的不规则区域, 若对其进行求交运算, 可以直接对规则的超盒求交即可. 这种方法实现起来较为简单, 但其计算量较大, 尤其当很多个效能需求轨迹进行求

交时, 其计算量更大.

4.2 逼近法

如果对于任何一个效能指标, 所有需求的需求方向一致(即都希望其大或小), 则可以采取类似上一节中的逼近方法求出交区域. 其基本步骤与上一节效能需求轨迹生成算法非常类似. 其主要思路如下:

(1) 把所有效能需求轨迹的最小外包超盒^[4]求交, 得出的超盒即为交区域的最小外包超盒.

(2) 利用二分技术逐步逼近, 求出满足各个效能需求的最大等分内接超盒^[4].

(3) 与上节算法一致, 逐步递归求解.

这种方法计算速度快, 适合并行处理, 但要求效能需求一致, 不过大部分实际情况都满足这一条件, 其实用价值较大. 图1解释了上述算法过程.

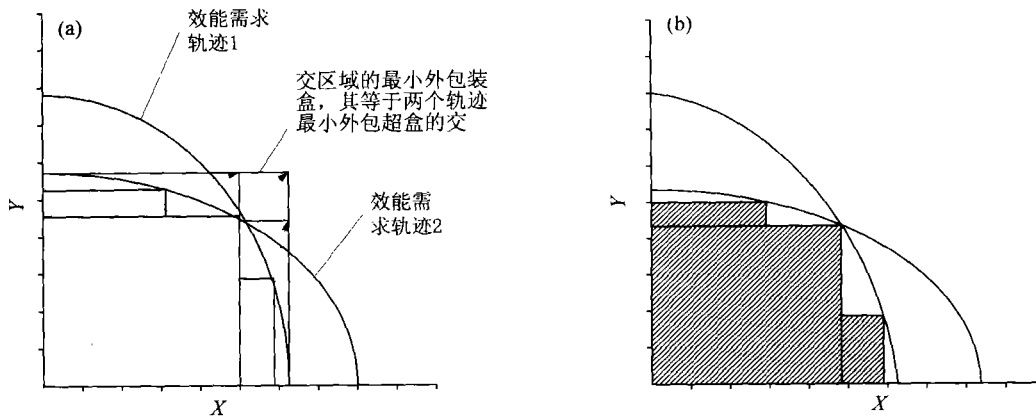


图1 逼近法求效能需求轨迹交集的示意图

假设有两个二维效能需求轨迹(对于多维情况同理), 算法第一步先求交区域的最小外包超盒, 其等于各个轨迹的最小外包超盒的交集. 然后, 与上节介绍的效能需求轨迹生成算法类似, 利用二分技术找到最大等分内接超盒(与上篇算法不同之处在于此为效能需求轨迹交区域的最大等分内接超盒). 图1(b)显示出了逼近效能需求轨迹交区域的3个最大等分内接超盒, 当然还可以继续迭代, 无限逼近所求区域.

4.3 优化 Monto-Carlo 算法

这种算法是一种半解析, 半数值的方法, 它主要用于效能需求轨迹交区域的数值积分计算. 它的计算量与超盒直接求交法正相反, 即一般情况下求交的效能需求轨迹个数越多, 它的计算量越小. 这

种方法的基本思路是, 根据射影几何的原理, 把 n 维空间中的效能需求轨迹投影到 $n-1$ 个二维平面中, 然后采用二维图形的求交方法^[7], 求出各个效能需求轨迹在 $n-1$ 个二维平面投影的交集, 最后在经过大大缩小的效能空间区域中用 Monto-Carlo 方法进行积分计算.

以上介绍3种效能需求轨迹求交的方法, 它们都有各自的优缺点以及适用范围. 直接超盒求交法的优点是实现容易, 并能够切实的求出交的区域, 为后续分析奠定了很好的基础, 但其缺点就是计算量较大. 逼近法计算速度快, 并能够切实的求出交的区域, 但其必须要求效能需求的一致性. 对于优化 Monto-Carlo 算法, 其优点是计算量相对较小, 并且一般情况下, 求交的轨迹数越多, 其计算量反

而越小,但其缺点也是明显的,它不能够切实的求出交的区域,其只适合于交区域的积分计算.因此应该根据实际情况来作选择.

5 系统效能分析模型

单调效能空间在系统效能分析中有着广泛的应用,例如我们可以在其基础上进行系统的有效性评估,效能指标的灵敏度,关联度分析,以及进行系统效能优化.

5.1 评估模型

如前文所述,进行系统评估时,必须明确需求,以需求为对照,以需求满足度作为有效性评估的尺度.这样,我们把效能需求轨迹作为衡量实际系统有效性的标准,在单调效能空间中,把系统表现出来的效能轨迹与效能需求轨迹作比较,求出有效性指标值.其评估模型为:

$E = \int_{Pl} f(p)dp$, 其中 Pl 如前文所述的效能需求轨迹, $f(p)$ 为实际系统所表现的效能指标的联合概率分布,它可以通过数理统计的方法获得,通常为正态分布. E 即为实际系统效能是否满足需求的概率值,也就是需求的满足度或系统的有效性指标值,显然 $0 \leq E \leq 1$. 根据需求效用公设, E 的实质上就是期望效用,也就是预期一个系统满足一组特定任务要求程度的量度.

如果效能需求轨迹是由超盒逼近而成,则 $E \approx \sum_{j=1}^N \int_{H_j} f(p)dp$, H_j 表示为第 j 个超盒, N 表示超盒的总数, $Pl \approx \bigcup_{j=1}^N H_j$.

5.2 效能指标灵敏度与关联度分析模型

在系统的效能分析过程,我们往往需要了解各个指标的灵敏度问题,进行灵敏度分析的目的在于

- (1) 了解当前各个指标的相对重要性.即哪个指标的改善,对系统总的有效性的改善更敏感,抓住主要环节.
 - (2) 对难于肯定的环境条件,或没有把握确定的效能指标进行灵敏度分析,便于对那些敏感的条件采取更加谨慎的处理.
 - (3) 作为系统效能优化的基础.
- 灵敏度分析一般采用摄动法,即某条件作微小变动后,计算问题的输出结果(综合评价)的相应变化量.有条件时亦可采用解析法求解.本文就是

采用解析法求出梯度向量以分析效能指标的灵敏度.

定义 5.1 效能指标 p_i 的灵敏度 s_i 定义为:

$$s_i = \frac{\partial E}{\partial e_i} = \frac{\partial \left(\int_{Pl} f(p, e) dp \right)}{\partial e_i} \approx \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^N \int_{H_j} f(p, e) dp \right)}{\partial e_i}$$

e_i 是实际系统的效能指标 p_i 的期望值,它是摄动分析的变量.另外,由所有 s_i 可以构成系统的梯度向量 $\text{grad}(E)$,它是进行系统效能优化的基础.

从定义 5.1 可以看出,效能指标的灵敏度是与需求和实际系统的表现是紧密相关的,其通常是一连续变化的量,而不是一个静态值,这样体现复杂非线性系统的特点.因此,这种分析模型相对一些静态模型更具有适用性.

直接用上述定义求指标灵敏度是很不方便的,其计算量非常大,而且计算的稳定性也很差,其不具备实用性.一般情况下,实际系统的各个指标具有较好的独立性,例如,在一防空系统中,系统反应速度指标与稳定跟踪系数指标几乎完全独立.因此,我们可以用如下更简洁的式子求效能指标的灵敏度,如定理 5.1.

定理 5.1 若各个效能指标统计独立,则 $s_i \approx$

$$\sum_{j=1}^N T_{j,i} \cdot (f_i(a_{j,i}) - f_i(b_{j,i})), \text{ 其中 } N \text{ 是超盒的个数, } f_i \text{ 是第 } i \text{ 个效能指标边缘分布函数, } b_{j,i}, a_{j,i} \text{ 是第 } j \text{ 个超盒中第 } i \text{ 个效能指标的上下限, } T_{j,i} = \prod_{1 \leq k \leq M, k \neq i} \int_{a_{j,k}}^{b_{j,k}} f_k(p_k, e_k) dp_k, M \text{ 是效能指标的个数.}$$

证明: 因为系统的各个效能指标统计独立,所以

$$\int_{H_j} f(p, e) dp = \int_{H_j} f_1(p_1, e_1) \cdot f_2(p_2, e_2) \cdot \dots \cdot f_M(p_M, e_M) dp_1 \cdot dp_2 \cdot \dots \cdot dp_M = \left(\prod_{1 \leq k \leq M, k \neq i} \int_{a_{j,k}}^{b_{j,k}} f_k(p_k, e_k) dp_k \right) \cdot \int_{a_{j,i}}^{b_{j,i}} f_i(p_i, e_i) dp_i = T_{j,i} \int_{a_{j,i}}^{b_{j,i}} f_i(p_i, e_i) dp_i,$$

又因为:

$$\frac{d \int_b^a f(p, e) dp}{de} = \frac{\int_b^a f(p, e + \Delta e) dp - \int_b^a f(p, e) dp}{\Delta e}$$

望值为 e 的关于变量 p 的概率密度函数.

$$= - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\int_{b+\Delta x}^{a+\Delta x} f(p, e) dp - \int_b^a f(p, e) dp}{\Delta x}, f(p, e) \text{ 是期}$$

$$\frac{\partial \int_{H_i} f(p, e) dp}{\partial e_i} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{T_{j,i} \left(\int_{a_{j,i}-\Delta x}^{b_{j,i}-\Delta x} f_i(p_i, e_i) dp_i - \int_{a_{j,i}}^{b_{j,i}} f_i(p_i, e_i) dp_i \right)}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} T_{j,i} \frac{\int_{a_{j,i}-\Delta x}^{a_{j,i}} f_i(p_i, e_i) dp_i - \int_{b_{j,i}-\Delta x}^{b_{j,i}} f_i(p_i, e_i) dp_i + \int_{a_{j,i}}^{b_{j,i}} f_i(p_i, e_i) dp_i - \int_{a_{j,i}}^{b_{j,i}} f_i(p_i, e_i) dp_i}{\Delta x} =$$

$$T_{j,i} \cdot (f(a_{j,i}) - f(b_{j,i}))$$

则

$$\frac{\partial \left(\sum_{j=1}^N \int_{H_j} f(p, e) dp \right)}{\partial e_i} = \sum_{j=1}^N T_{j,i} \cdot (f(a_{j,i}) - f(b_{j,i})).$$

证毕.

根据定理 5.1, 我们求效能指标灵敏度的时候, 就可避开求导, 直接用积分值计算. 因而, 对于数值算法来说其计算精度、速度与计算稳定性都有很大的提高. 如果各个效能指标不独立, 虽不然直接运用定理 5.1 来求效能指标的灵敏度, 但仍然可以依据上述推导过程进行求值, 只不过形式要复杂.

灵敏度可以看成某个指标与系统有效性的关联程度, 这样我们可以很自然的引入各个指标之间关联程度的定义, 即某个指标值发生变化时对其他指标特性(灵敏度就是一种特性)的影响程度. 因此, 我们有如下定义:

定义 5.2 定义指标 p_i 与 p_j 的关联度为: R_{ij}

$$= \frac{\partial s_i}{\partial e_j} = \frac{\partial E}{\partial e_i \partial e_j}.$$

由 R_{ij} 为基本元素可以构成一个实对称的关联矩阵, 利用矩阵分析技术可以进一步研究指标间整体关联情况. 从定义 5.2 可以看出指标的关联度也是和需求与系统的实际效能情况相关, 是动态确定的, 不一定是常数. 这也体现了复杂非线性系统的特点.

5.3 效能指标优化模型

在实际系统的效能分析当中, 我们有时需要对系统的效能指标进行优化, 即如何以最小的代价来达到用户的对系统效能的需求, 或者在代价给定的情况下如何达到最大的效能. 在国防系统分析领域有一个著明的问题: 美国空军针对某一防空区域, 是花钱买更多的 F-15 战斗机以提高拦截能力, 还是花钱买更多的预警设备(如预警机)以提高探测能

力. 这就是一个效能优化问题, 它的本质就是如何花最少的钱来达到防空作战的需求. 要进行效能的优化, 首先必须确定效能与代价的关系.

(1) 代价与效能的关系研究 系统开发与改进的代价可分成两类: 第一类是费用类型, 它即为达到某些效能指标值所需的费用. 第二类是时间类型, 它为达到某些效能指标值所需的时间. 进行效能的优化也即为花最少的时间或资金, 来达到相应系统效能; 或者在资金或时间限度给定的情况下如何达到最大的系统效能. 首先必须确定资金和时间与效能的关系.

$$C = \sum_{i=1}^M C_i(p_{i1}, \dots, p_{in_i});$$

$$T = \text{Max}(T_i(p_{i1}, \dots, p_{in_i})); 1 \leq i \leq N,$$

上式中, C 表示费用类型的总代价, 多元函数 C_i 表示相关指标的效能值与费用的函数. p_{i1}, \dots, p_{in_i} 表示是第 i 组相关效能指标集合, 也就是说, 不存在各个指标独立的效能值与费用的关系, 所以无法简单相加各个指标对应的费用以确定总费用. 因此, 它们必须统一计算费用, 而不存在单个指标与费用的函数关系. 费用与效能也具有单调关系.

(2) 代价为费用类型的优化问题 如果实际系统效能指标方差较大, 如何以最小的费用达到有效性需求. 它可以化成在单调效能空间中寻求一个系统效能指标的期望向量, 以使系统有效性达到用户需求, 而费用最小的问题(因为实际的方差是主要受外部环境的影响, 期望值变化时方差变化不大, 再由于系统有效性对方差不敏感, 因此可以假定方差恒定)如以下模型:

$$\text{Min}(C(P_0, P_e)), C(P_0, P_e) = \sum_{i=1}^M C_i(P_0, P_e),$$

$$s.t.: E \geq K, E = \int_{P_i} f(p, P_e) dp,$$

其中 $f(p, P_e)$ 是指以向量 P_e 为期望的效能指标的联合概率密度函数. K 是指定的系统有效性值. 当具有多个效能需求轨迹时, E 的计算方法可以根据实际情况与用户的偏好采用上节中的三类模型计算. 另外, 模型的对偶问题也是很有实际意义的, 如:

$$\begin{aligned} & \text{Max}(E) \\ & s.t.: C(P_0, P_e) \leq C_K, E = \int_{P_i} f(p, P_e) dp, \end{aligned}$$

它表示如何在费用有限的情况下, 使系统有效性值最大. 当满足费用与效能一致关系条件时, 如: 当 $E(P'_e) \geq E(P_e) \Leftrightarrow C(P'_e) \geq C(P_e)$, 我们很容易证明当存在 $E(P_e) = K$ 时, 此对偶问题与原问题是等价的. 即: 假设原问题在满足条件 $E \geq K$ 下, 代价 C 的最优解为 C_K , 则其等价于其对偶问题在代价 $C \leq C_K$ 下, 最大效能 E 为 K . 如果最大效能大于 K , 那它的代价肯定大于 C_K , 否则 C_K 就不是原问题的最优解.

(3) 代价为时间类型的优化问题 它与费用为代价的优化问题有类似的地方. 然而, 由于时间代价特殊性质, 其优化的目标函数是一个极大极小问题, 其模型如下:

$$\begin{aligned} & \text{Min}(\text{Max}(T_i(P_0, P_e))), 1 \leq i \leq M, \\ & s.t.: E \geq K, E = \int_{P_i} f(p, P_e) dp, \end{aligned}$$

对求解此类模型, 需做一定的变换, 变成如下等价模型:

$$\begin{aligned} & \text{Min}(\lambda) \\ & s.t.: T_i(P_0, P_e) \leq \lambda, 1 \leq i \leq M \\ & E \geq K, E = \int_{P_i} f(p, P_e) dp \end{aligned}$$

同样它的对偶问题为:

$$\begin{aligned} & \text{Max}(E), E = \int_{P_i} f(p, P_e) dp \\ & s.t.: T_i(P_0, P_e) \leq T_K, 1 \leq i \leq M \end{aligned}$$

其实际意义也是显然的, 即如何在规定的时间内

内使系统有效性值最大.

6 模糊效能分析模型

前文中的需求效用公设假定了对效能的需求可以用严格的量化数据来确定. 例如, 大于等于(小于等于)某一个值, 就算达到需求, 其效用为 1, 反之其效用为 0. 然而实际问题是复杂的, 很多效能需求还无法用一个量化数据严格地确定. 因此, 我们必须引入模糊效能需求轨迹, 以及相应的模糊效能分析模型. 这样一方面可以较为恰当地表示需求, 另一方面还可以减小计算误差所带来的负面影响, 比如, 如果实际系统的效能刚好在效能需求轨迹的边缘区域, 显然效能需求轨迹的边缘区域存在一定的误差, 这样其有效性的计算将会产生较大的误差. 如果模糊化效能需求轨迹, 就可大大减小误差带来的负面影响.

6.1 模糊效能需求轨迹

定义 6.1 模糊效能需求轨迹 $fpl(\lambda)$. 在一定的论域 A 上建立相关需求的模糊集 \tilde{R} , 令 \tilde{R}_λ 为模糊集 \tilde{R} 的 λ 截集, 模糊效能需求轨迹定义为单调效能空间中能够达到 \tilde{R}_λ 需求的区域, 记为 $fpl(\lambda)$. 显然根据模糊集的分解定理, 当 $\lambda_1 \leq \lambda_2$ 时, $\tilde{R}_{\lambda_1} \supseteq \tilde{R}_{\lambda_2}$, 再根据效能需求的单调性公设则 $fpl(\lambda_1) \supseteq fpl(\lambda_2)$.

例如, 对前述的某一防空系统其需求表述为模糊集: 击落敌机, 它是建立在论域击落敌机概率上的, 如图 2 所示. $fpl(\lambda)$ 是指能够使得击落敌机概率大于 p 的 3 种效能指标 (见上文) 构成的效能空间中的某一区域.

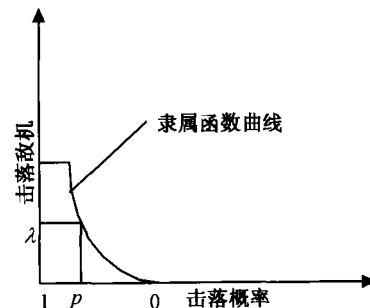


图 2 击落敌机的隶属函数

6.2 模糊效能评价模型

定义求解系统模糊有效性的模糊积分公式为:

$$E_f = (\text{Fuzzy}) \int_{\mu} f(p) dp = \bigvee_{0 \leq \lambda \leq 1} \left(\lambda \wedge \int_{f\mu(\lambda)} f(p) dp \right),$$

当 $\lambda_1 \leq \lambda_2$ 时,

$$f\mu(\lambda_1) \supseteq f\mu(\lambda_2); \int_{f\mu(\lambda_1)} f(p) dp \geq \int_{f\mu(\lambda_2)} f(p) dp,$$

因此如图 3 所示, $E_f = \lambda^* = \int_{f\mu(\lambda^*)} f(p) dp,$

用二分法能够快速求出 E_f .

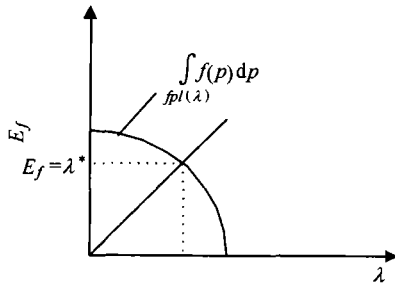


图 3 模糊积分的计算示意图

6.3 模糊优化模型

当代价为费用类型的模糊效能优化模型为:

$$\begin{aligned} & \text{Min}(C(P_0, P_e)) \\ \text{s.t. } & E_f \geq K, E_f = (\text{Fuzzy}) \int_{\mu} f(p) dp = \\ & \bigvee_{0 \leq \lambda \leq 1} \left(\lambda \wedge \int_{f\mu(\lambda)} f(p) dp \right) \Rightarrow \\ & E_f = \lambda = \int_{f\mu(\lambda)} f(p, P_e) dp, \end{aligned}$$

根据效能改善与代价增加具有一致的单调性, 并假

定存在 P_e 使得 $K = \int_{f\mu(K)} f(p, P_e) dp$, 则容易证明

上式等价于:

$$\begin{aligned} & \text{Min}(C(P_0, P_e)) \\ \text{s.t. } & E_f = K = \int_{f\mu(K)} f(p, P_e) dp \end{aligned}$$

当具有多个效能需求轨迹时, 引入修正变量 $z_i (1 \leq i \leq l), 0 \leq z_i \leq 1, l$ 为效能需求轨迹的总数.

$$\begin{aligned} & \text{Min}(C(P_0, P_e)) \\ \text{s.t. } & E_{f_i} = K - z_i = \\ & \int_{f\mu_i(K-z_i)} f(p, P_e) dp (1 \leq i \leq l), \\ & E_{f_i} \geq 0. \end{aligned}$$

对于代价是时间的可以按类似的方法处理, 不再赘述. 这样模糊优化模型就化成了上节中非模糊的优化模型, 方便了求解.

参 考 文 献

- 1 Bouthonnier, et al. Effectiveness analysis of C^3 systems. IEEE Trans. On Systems, Man, and Cybernetics, 1984, 14(1): 48
- 2 John F. Schmitt command and (out of) control: The military implications of complexity theory. The Complexity, Global Politics and National Security Conference, 1996: 13
- 3 李德毅. C^3 I 系统仿真. 系统仿真学报, 1994, 6: 59
- 4 胡剑文, 等. 基于仿真的系统需求约束问题求解算法研究. 系统仿真学报, 2002, 2: 196
- 5 胡剑文, 等. 数值 SEA 算法及其在反隐身防空系统效能分析中的应用. 系统工程理论与实践, 2003, 3: 54
- 6 胡剑文. 并行数值 SEA 算法. 兵工学报, 2003, 3: 60
- 7 胡剑文, 等. 二维凸形组交并集合运算算法研究. 系统工程与电子技术, 2001, 10: 100